Instytut Inżynierii Biomedycznej i Pomiarowej

Wydział Podstawowych Problemów Techniki

Politechnika Wrocławska

Laboratorium Pomiarów Wielkości Nieelektrycznych

Pomiary w warunkach dynamicznych
Badanie właściwości dynamicznych stykowych czujników temperatury

Wrocław 2010

I. Program ćwiczenia

1. Zarejestrować odpowiedź wskazanych czujników temperatury (w osłonie i bez) na skokową zmianę temperatury.
   Pomiary wykonać w różnych ośrodkach: powietrzu i wodzie
   Pomiary w powietrzu wykonać dla różnych prędkości przepływu.
   Odpowiedź zarejestrować zarówno przy dodatnich jak i ujemnych skokach temperatury.

2. Określić dla każdego przypadku parametry czujnika, np. stałą czasową. Porównać wyniki:
   • tych samych czujników przy skoku dodatnim i ujemnym (oddzielnie dla każdego ośrodka),
   • w powietrzu przy różnych prędkościach przepływu.

3. Zarejestrować odpowiedź badanego czujnika na wymuszenie liniowe („rampa”) o różnych szybkościach narostu temperatury. Określić wartość stałej czasowej czujnika i porównać ją z wartością stałej czasowej tego czujnika uzyskanej na podstawie odpowiedzi na skok wartości.

4. Przeanalizować jak zmienia się i od czego zależy błąd pomiaru temperatury w warunkach dynamicznych

5. Sprawdzić dla wybranych przypadków, na ile dokładnie element inercyjny pierwszego rzędu opisuje zachowanie się rzeczywistych przetworników temperatury.

II Wprowadzenie

Użytkownicy czujników i przetworników są przyzwyczajeni do operowania charakterystykami statycznymi tj. zależnościami wiążącymi wartości sygnałów na wyjściu i wejściu, przy założeniu, że sygnał wejściowy ma stałą wartość lub jest na tyle wolnozmienny, że sygnał wyjściowy zmienia się praktycznie jednocześnie z sygnałem wejściowym.

W sytuacjach, gdy sygnał wejściowy (wielkość mierzona) zmienia się w funkcji czasu, statyczny opis czujnika może być niewystarczający. W czujnikach i przetwornikach pomiarowych, jak we wszystkich układach fizycznych, zachodzą bowiem przemiany energetyczne (np. akumulacja, rozpraszanie), a osiągnięcie stanu ustalonego wymaga upływu czasu. Jeżeli sygnał na wejściu przetwornika zmienia się w tempie porównywalnym z szybkością przemian energetycznych zachodzących w samym czujniku, to nie istnieje prosta, niezależna od czasu relacja wejście-wyjście i wymagany jest inny niż charakterystyka statyczna opis formalny. Można zatem powiedzieć, że właściwości dynamiczne czujników opisują zachowanie się tych układów w stanach nieustalonych (przejściowych).

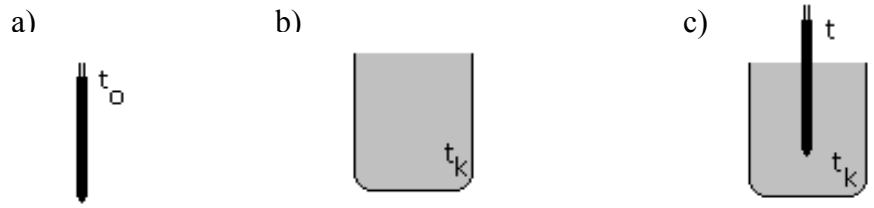
Z codziennego doświadczenia wiadomo na przykład, że włożenie termometru rtęciowego, wskazującego określoną temperaturę, do kąpieli o innej temperaturze powoduje, że wskazania termometru zmieniają się i dopiero po pewnym czasie praktycznie ustalają. Oznacza to, że termometr przez pewien czas nie wskazuje wartości poprawnej tzn. jego wskazanie obarczone jest błędem. Błąd taki nazywany jest błędem dynamicznym (ujawniającym się tylko przy zmianach sygnału wejściowego czujnika).

Znajomość właściwości czujników w warunkach dynamicznych jest istotna ze względu na:

- określenie minimalnego czasu pomiaru (przebywania czujnika w ośrodku w celu ustalenia się wskazań przy pomiarach dorywczych),
- określanie wartości błędów w celu właściwego doboru czujników do określonych zadań np. w automatyce,
- stworzenie możliwości porównywania czujników,
- możliwości dokonywania sprzętowej i programowej korekcji błędów w warunkach dynamicznych.

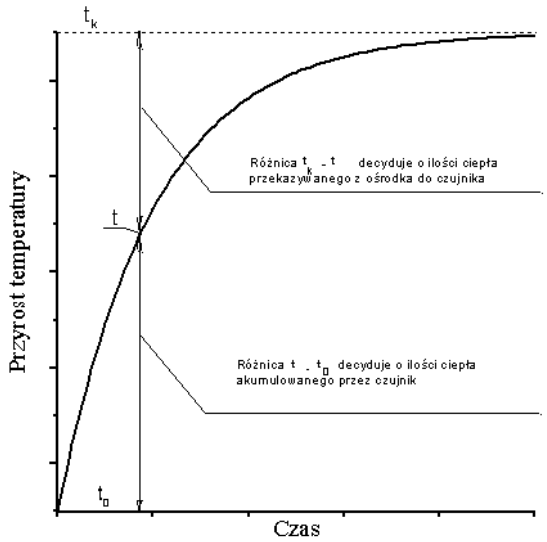
III. Czujnik temperatury w warunkach dynamicznych

Zachowanie się przetworników pomiarowych w warunkach zmiennych w czasie można zilustrować na przykładzie nieosłoniętych czujników temperatury. Jeżeli temperatura początkowa takiego czujnika jest stała i wynosi $\mathbf{t_0}$**,** a czujnik przeniesie się bardzo szybko



Rys. 1 Praktyczna realizacja dodatniego skoku wartości. a) czujnik o temperaturze początkowej $\mathbf{t_0}$,b) kąpiel o temperaturze $\mathbf{t_k} > \mathbf{t_0}$, c) czujnik umieszczony w kąpieli wskazuje temperaturę **t**. W stanie nieustalonym $\mathbf{t_k} > \mathbf{t} > \mathbf{t_0}$

(teoretycznie nieskończenie szybko - stad mówimy o skoku wartości) do ośrodka o temperaturze $\mathbf{t_k}$, to chwilowe wskazanie **t** takiego czujnika (sygnał wyjściowy) można obliczyć na podstawie bilansu energetycznego (przy tym $\mathbf{t_k} > \mathbf{t_0}$ oznacza skok dodatni a $\mathbf{t_k} < \mathbf{t_0}$ skok ujemny).



Przy skoku dodatnim energia dostarczana jest (przez konwekcję) z ośrodka do czujnika, a czujnik w swojej masie akumuluje dostarczane ciepło. Ilość ciepła dostarczanego w danej chwili do czujnika jest proporcjonalna do różnicy temperatury kąpieli $\mathbf{t_k}$ i chwilowej temperatury tego czujnika **t**. Ilość ciepła akumulowana przez czujnik jest proporcjonalna do różnicy chwilowej temperatury czujnika **t** i jego temperatury początkowej $\mathbf{t_0}$.

Formalnie bilans energetyczny można zapisać w następujący sposób:

Energia dostarczana do czujnika w jednostce czasu (moc P) wynosi

$$P_{dostarczna} = (\mathbf{t_k} - \mathbf{t}) / R \qquad [W] \qquad (1)$$

gdzie : $R = 1/\alpha A$ – opór przejmowania ciepła na powierzchni czujnika
α [W/m^2 K] współczynnik przejmowania ciepła na powierzchni czujnika
A [m^2] powierzchnia czujnika

a energia akumulowana przez czujnik wynosi

$$Q_{akumul} = C\,(\mathbf{t} - \mathbf{t_0}) \qquad [J] \qquad (2)$$

Szybkość zmian procesu akumulacji wynosi

$$\frac{d}{d\tau} Q_{akum} = C \frac{d}{d\tau} (\mathbf{t} - \mathbf{t_0}) \qquad [W] \qquad (3)$$

gdzie : C = mc – pojemność cieplna
m [kg] masa czujnika
c[J/kg K] ciepło właściwe czujnika
τ [s] czas

Przyrównując stronami zależności (1) i (3) uzyskuje się

$$(\mathbf{t_k} - \mathbf{t}) / R = C \frac{d}{d\tau} (\mathbf{t} - \mathbf{t_0}) \qquad (4)$$

Wprowadzając oznaczenie

$$RC = \frac{mc}{\alpha A} = T \qquad (5)$$

oraz przyjmując oznaczenia: $\vartheta = \mathbf{t} - \mathbf{t}_0$ oraz $\vartheta_k = \mathbf{t_k} - \mathbf{t}_0$

można napisać, że $\mathbf{t_k} - \mathbf{t} = \vartheta_k - \vartheta$

Po uporządkowaniu zależność (4) przyjmuje następującą postać

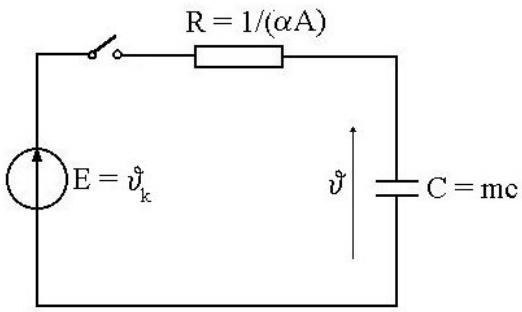
$$T \frac{d\vartheta}{d\tau} + \vartheta = \vartheta_k \qquad (6)$$

Zależność (6) przedstawia liniowe równanie różniczkowe pierwszego rzędu. Układ (czujnik, przetwornik) opisywany zależnością (6) nazywany jest członem inercyjnym pierwszego rzędu, a stała T (równ. (5)) nazywana jest stałą czasową. Jej jednostką jest [s].

.

Istnieje prosty analog elektryczny przedstawionego powyżej procesu. Iloczyn mc = C stanowi pojemność cieplną C – analog pojemności elektrycznej, natomiast wyrażenie (1/αA) = R stanowi rezystancję cieplną – analog rezystancji elektrycznej.

Zatem analogiem elektrycznym czujnika temperatury jest szeregowy układ RC – Rys. 2, a równanie (6) opisuje również jego zachowanie, przy czym ϑ jest różnicą potencjałów na pojemności C a ϑ_k jest równe sile elektromotorycznej źródła E. Realizacji skoku wartości odpowiada zamknięcie wyłącznika w obwodzie.



Rys. 2 Analog elektryczny czujnika poddawanego skokowi temperatury

Zależność (6) ma charakter ogólny, a jej rozwiązanie, przy znanej wartości stałej czasowej T, pozwala określić przebieg sygnału wyjściowego czujnika jako odpowiedzi na wymuszenia (sygnał wejściowy) o różnym kształcie (skok wartości, liniowy narost temperatury, wymuszenie sinusoidalnie zmienne itd.).

Jeżeli wartość stałej czasowej nie jest znana, to rozwiązanie zależności (6) przy konkretnym wymuszeniu, podawanym na wejście, stanowi podstawę do wyznaczenia tej wartości.

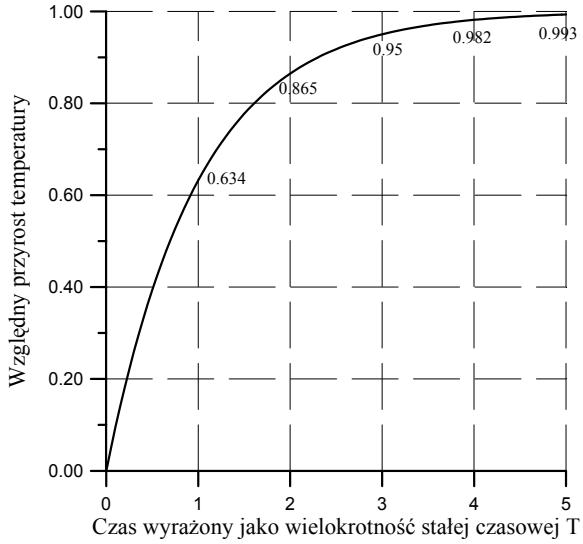
IV. Wyznaczanie stałej czasowej czujnika na podstawie odpowiedzi na skok

Stałą czasową rzeczywistego czujnika można stosunkowo prosto określić na podstawie znajomości odpowiedzi tego czujnika na skok dodatni. Wtedy rozwiązanie równania (6) jest dane równaniem (7). Można powiedzieć, że równanie (7) przedstawia unormowane (w przedziale od 0 do 1) zmiany temperatury wskazywanej przez czujnik.

$$\frac{\vartheta}{\vartheta_k} = 1 - e^{-\frac{\tau}{T}} \qquad (7)$$

Zależność (7) jest przedstawiona na Rys. 3 oraz w Tab. 1.

Jak widać z Rys. 3 i tab.1, po upływie czasu równego jednej stałej czasowej czujnika, jego sygnał wyjściowy wynosi 0.632 wartości ustalonej, a po upływie czasu równego pięciu stałym czasowym, sygnał wyjściowy czujnika różni się od wartości ustalonej o 0.005 to jest o 0.5%.



Rys. 3 Odpowiedź czujnika na skok dodatni

Tab.1 Zależność względnych zmian temperatury $\vartheta/\vartheta_\kappa$ od czasu τ, wyrażonego jako wielokrotność stałej czasowej T

τ	T	2T	2.3T	3T	4T	4.6T	5T
$\vartheta/\vartheta_\kappa$	0.632	0.86	0.90	0.95	0.98	0.99	0.995

Wartość stałej czasowej T można określić graficznie, znajdując z wykresu odpowiedzi na skok wartości temperatury wartość czasu, po którym wartość względnej zmiany temperatury wynosi 0.632. Można również analitycznie aproksymować uzyskane wyniki $\vartheta(\tau)$ zależnością (7) i znaleźć rozwiązanie ze względu na T.

W przypadku skoku ujemnego (przeniesienia czujnika z ośrodka o temperaturze wyższej do ośrodka o temperaturze niższej) – odpowiedź czujnika jest dana równaniem (8)

$$\frac{\vartheta}{\vartheta_k} = e^{-\frac{\tau}{T}} \tag{8}$$

które również może stanowić podstawę do wyznaczenia wartości stałej czasowej.

V. Odpowiedzi czujnika na wymuszenia liniowe i okresowe

a) wymuszenie liniowe

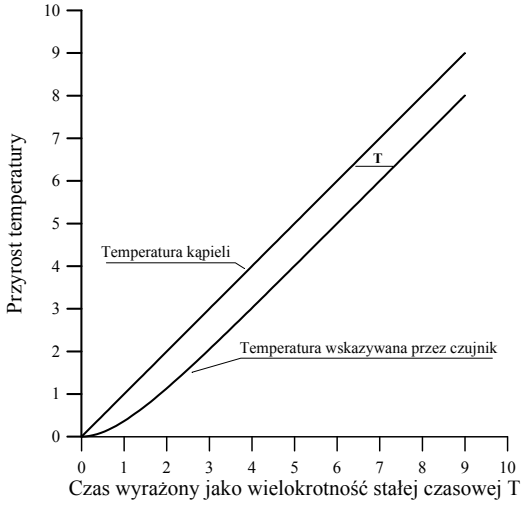
Odpowiedź czasowa układu inercyjnego pierwszego rzędu na wymuszenie liniowe $\vartheta(\tau) = a\tau$ ma postać

$$\vartheta(\tau) = a\tau - aT\left(1 - e^{-\frac{\tau}{T}}\right) \qquad (9)$$

Zależność (9) oznacza, że po upływie czasu τ równego kilku stałym czasowym, odpowiedz czujnika jest przesunięta względem pobudzenia dokładnie o wartość czasowej

$$\vartheta(\tau) = a\tau - aT = a(\tau - T) \qquad (10)$$

co ilustruje Rys.4. Zatem, jeśli dysponuje się sprzętem umożliwiającym realizację liniowego narostu temperatury to określenie stałej czasowej czujnika staje się bardzo łatwe.



Rys.4 Odpowiedź członu inercyjnego pierwszego rzędu na pobudzenie liniowe

W świetle zależności (9) i Rys. 4 widać dlaczego zdejmowanie charakterystyki statycznej w warunkach quasi ustalonych (np. powolny narost temperatury) może dawać błąd. Jego wartość wynosi

$$\Delta\vartheta(\tau) = -aT \qquad (11)$$

Przykład
Stała czasowa czujnika T = 30 s. Czujnik znajduje się w ośrodku zmieniającym liniowo temperaturę z szybkością a = 1 ^{0}C/min. Wskazanie czujnika różni się od wskazania ośrodka o wartość
$\Delta\vartheta(\tau) = -aT$
czyli
$\Delta\vartheta(\tau) = -0{,}5\ [min]\ 1\ ^0C/min = -0{,}5\ ^0C.$

Powyższy przykład stanowi dobrą ilustrację faktu, że mimo dość wolnego narostu temperatury i stosunkowo małej wartości stałej czasowej czujnika, wartość błędu jest stosunkowo duża.

b) wymuszenie okresowe

Temperatura stanowiąca wymuszenie może zmieniać się harmonicznie wokół wartości średniej np.

$$t = t_s + \vartheta \sin(\omega\tau) \qquad (12)$$

gdzie: $\omega = 2\pi f_0 = 2\pi/T_0$
f_0 – częstotliwość (T_0 – okres) oscylacji
t_s – temperatura średnia

Odpowiedź czujnika na takie wymuszenie ma również postać odpowiedzi harmonicznej wokół wartości średniej z tym, że zmianie (w tym wypadku zmniejszeniu) ulega amplituda sygnału na wyjściu czujnika zależność (13):

$$t_{czujnika} = t_0 + k\vartheta \sin(\omega t + \varphi) \qquad (13)$$

gdzie: ϑ – amplituda oscylacji

$$k = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega T_0)^2}} \qquad (14)$$

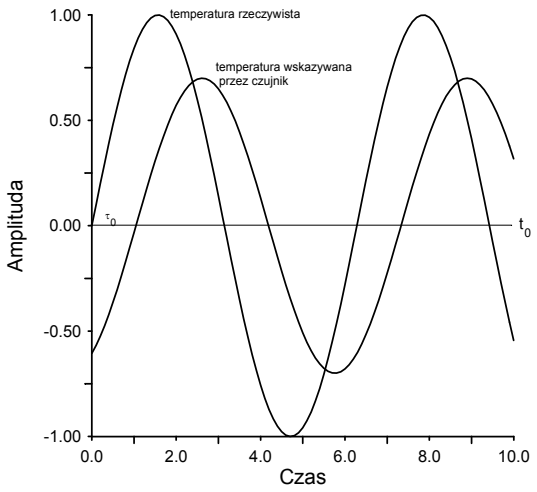
Obserwuje się również opóźnienie sygnału wyjściowego czujnika w stosunku do sygnału wejściowego. Opóźnienie to wyrażone w jednostkach kąta (przesunięcie fazowe) wynosi:

$$\varphi = \text{arc tg}(2\pi f T) \qquad (15)$$

a w jednostkach czasu

$$\tau_0 = \frac{\varphi}{2\pi} \qquad (16)$$

Zależności (13) – (16) są zilustrowane na Rys. 5.



Rys. 5 Odpowiedź czujnika na wymuszenie harmoniczne

<u>Przykład</u>
Temperatura powietrza w klimatyzowanym pomieszczeniu zmienia się okresowo co 5 minut, (T_0 = 300 s), a amplituda tych zmian wynosi ϑ = 2 ^{0}C. Stała czasowa czujnika wynosi T = 20 s. Jaką wartość oscylacji temperatury wskazuje ten czujnik?
Zgodnie z zależnością (14):

$$k = \frac{1}{\sqrt{1+(2*\Pi*20/300)^2}} = 0.92$$

*Zatem na podstawie zależności (13) można stwierdzić, że czujnik wskazuje oscylacje 0.92*2 ^{0}C czyli 1.84 ^{0}C zamiast 2 ^{0}C.*
Opóźnienie sygnału wynosi
$\varphi = arctg(2\pi 20/300) = 22.7^0$
lub w jednostkach czasu
$\tau_0 = (22.7^0/360^0) = 18.8$ *s przy okresie sygnału* $T_0 = 300$ *s.*

W przypadku, gdy znana jest pulsacja ω sygnału harmonicznego oraz stała czasowa czujnika T, możliwa jest korekcja wskazań z wykorzystaniem zależności (13) i (14), tj. obliczenie wartości poprawnej oscylacji na podstawie wartości wskazywanych przez czujnik. Problem staje się bardziej złożony w przypadku sygnałów poliharmonicznych oraz sygnałów nieokresowych.

Zwiększanie częstotliwości przebiegu badanego powoduje zmniejszenie amplitudy sygnału wskazywanego przez czujnik (zależność (13) i (14)) aż do zaniku tych oscylacji; czujnik wskazuje wtedy wartość średnią sygnału wejściowego - t_0 w przypadku opisanym zależnością (13).

VI. Uwagi dodatkowe

Należy podkreślić, że stała czasowa T określona zależnością (5) nie ma stałej wartości, ze względu na zależność współczynnika ciepła α od warunków pomiaru. Współczynnik ten uwzględnia w sposób syntetyczny styk ośrodek-czujnik, a w szczególności:

- rodzaj płynu, w którym znajduje się czujnik (ciecz, gaz)
- prędkość ośrodka względem czujnika
- istnienie na powierzchni czujnika cienkiej warstwy laminarnej płynu, zależnej od stanu powierzchni czujnika oraz od prędkości płynu.

Współczynnik przejmowania ciepła może się zmieniać w szerokich granicach:

- w spokojnym powietrzu α = 3,5 - 35 W/m K
- w powietrzu w ruchu α = 12 - 580 W/m K
- w cieczy w ruchu α = 230 - 5800 W/m K

Tak więc, pomijając poczynione poniżej założenia idealizujące, stała czasowa określa właściwości czujnika w ściśle określonych warunkach, zależnych od stanu ośrodka otaczającego czujnik. Niestałość stałej czasowej T może mieć istotnie znaczenie dla układów sprzętowej i programowej korekcji błędów dynamicznych.

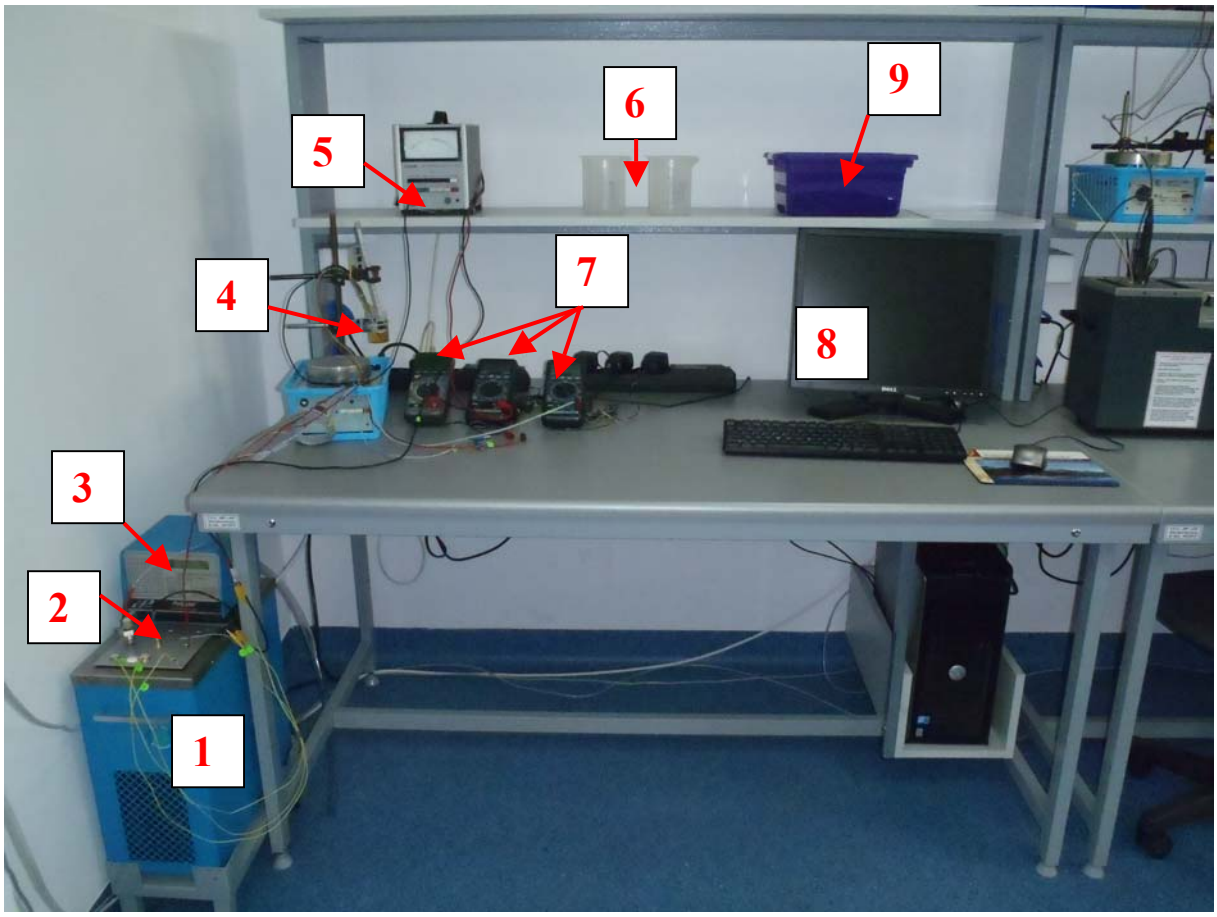
W odniesieniu do czujników temperatury, równanie różniczkowe pierwszego rzędu (6) opisuje czujnik bez osłony jako układ skupiony i to w warunkach wyidealizowanych, przyjmuje się bowiem następujące założenia:

- *czujnik jest całkowicie zanurzony w ośrodku badanym i nie zakłóca go, tzn. energia pobierana przez czujnik nie powoduje istotnej zmiany energii ośrodka,*
- *czujnik wymienia energię wyłącznie z ośrodkiem badanym i to tylko na drodze konwekcji,*
- *energia pobrana przez czujnik jest przez czujnik wyłącznie akumulowana,*
- *czujnik powinien mieć nieskończoną przewodność cieplna, aby jego temperatura była w każdej chwili wyrównana w całej objętości,*
- *z założenia charakterystyka statyczna czujnika musi być liniowa.*

Literatura

[1] Romer E.: Miernictwo Przemyslowe, WNT Warszawa
[2] Michalski l., Eckersdorf K.: Pomiary temperatury, WNT Warszawa 1971, Wyd. II
[3] Hagel A.: Miernictwo dynamiczne, WNT Warszawa 1975

VII. Stanowisko pomiarowe i rozmieszczenie aparatury na stanowisku.



Oznaczenia:

1. Termostat cieczowy Polystat, Cole&Parmer.
2. Wanna wodna termostatu z czujnikami badanymi.
3. Wyłącznik sieciowy termostatu i panel programowania.
4. Termostat złącza odniesienia termoelementów z termometrem do pomiaru temperatury złącza odniesienia.
5. Miernik siły termoelektrycznej STE termoelementów.
6. Zlewki z wodą do wymuszenia skoku temperatury.
7. Mierniki Metex do pomiaru i rejestracji (program Recorder) sygnałów wyjściowych badanych czujników temperatury (współpracują z PC poprzez RS232).
8. PC do gromadzenia i analizy wyników.
9. Pojemniki z czujnikami i materiałami pomocniczymi.